LÊ NGỌC LẰNG - NGUYỄN CHÍ BẢO
TRẦN XUÂN HIỂN - NGUYỄN PHÚ TRƯỜNG

GIÚP ÔN TẬP TỐT MÔN TOÁN CAO CẤP

(Dành cho sinh viên các trường
Đại học kỹ thuật)

- TÍCH PHÂN NHIỀU LỚP
- TÍCH PHÂN ĐƯỜNG, MẶT
- HÌNH HỌC VI PHÂN

TẬP HAI

ĐHQG Hà Nội
NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

GS-TSKH LÊ NGỌC LĂNG - TS NGUYỄN CHÍ BẢO
PGS-TS TRẦN XUÂN HIỂN - NGUYỄN PHÚ TRƯỜNG

GIÚP ÔN TẬP TỐT
MÔN TOÁN CAO CẤP

(Dùng cho sinh viên các trường Đại học kỹ thuật)

Tập 2

- TÍCH PHÂN NHIỀU LỚP
- TÍCH PHÂN ĐƯỜNG, MẶT
- HÌNH HỌC VI PHÂN

(In lần thứ 3)

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI- 2002

LỜI NÓI ĐẦU

Để giúp sinh viên có tài liệu tham khảo trong các kỳ thi cuối học kỳ môn học Toán Cao cấp trong các trường đại học kỹ thuật, chúng tôi tiếp tục biên soạn tập 2 cuốn sách "Giúp ôn tập tốt môn Toán cao cấp" (tập 1 đã ra mắt bạn đọc cuối năm 1997)

Nội dung tập 2 gồm các phần tích phân phụ thuộc tham số, tích phân kép, bội ba, đường, mặt, lý thuyết trường và hình học vi phân.

Để vừa ôn tập, vừa tự kiểm tra kiến thức, và để hình dung được mức độ của một đề thi học kỳ, chúng tôi biên soạn dưới dạng 50 đề thi có lời giải và 12 đề thi để các bạn tự luyện tập (chỉ có đáp số và gợi ý). Tư liệu có tham khảo các đề thi học kỳ đã dùng ở một số trường, đồng thời có chỉnh lý và bổ sung để các dạng bài tập và câu hỏi lý thuyết được phong phú và đầy đủ hơn.

Chúng tôi hy vọng cuốn sách này sẽ góp phần giúp các bạn sinh viên giành kết quả tốt trong các kỳ thi học kỳ của môn học Toán cao cấp.

CÁC TÁC GIẢ

ĐỀ SỐ 1

I.1. Phát biểu và chứng minh công thức Grin cho miền đơn liên. Trường hợp miền đa liên, công thức Grin phải hiểu như thế nào?

2. Cho tích phân đường: $I = \int\limits_L xdy + ydx$, trong đó L là chiều dương của nửa trên của đường tròn $x^2 + y^2 = a^2$. Tính I bằng hai cách:

a. Tính trực tiếp.

b. Dùng công thức Grin.

II.1. Tính $J = \iiint\limits_V (x + y + z)^2 dxdydz$, trong đó V là miền giới hạn bởi các mặt $2az = x^2 + y^2$, $x^2 + y^2 + z^2 = 3a^2$ $(a > 0$, lấy phần chứa điểm $(0, 0, a))$.

2. Cho hàm số $u = x\sin z - y\cos z$

a. Tính đạo hàm tại gốc toạ độ theo hướng $\vec{l} = (1, 1, 1)$.

b. Xác định hướng để cho đạo hàm tại gốc toạ độ có giá trị lớn nhất. Tìm giá trị đó.

III. Tính $\oint\limits_{(x-1)^2+(y-1)^2=1} \sqrt{x^2 + y^2}dx + y\left[xy + \ln\left(x + \sqrt{x^2 + y^2}\right)\right]dy$.

IV. Dùng phương pháp đạo hàm hoặc tích phân theo tham số tính tích phân sau:

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x} - e^{-\beta x}}{x} dx. \quad (\alpha > 0, \beta > 0)$$

ĐỀ SỐ 2

I.1. Định nghĩa đạo hàm theo hướng của hàm số $u = u(x, y, z)$.

2. Phát biểu và chứng minh định lý về công thức tính đạo hàm theo hướng.

3. Có thể coi các đạo hàm riêng là đạo hàm theo hướng được không? Giải thích.

II. Chuyển sang toạ độ trụ tính tích phân sau:

$$I = \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} dy \int_0^a z\sqrt{x^2+y^2}\, dz$$

III. Tính tích phân mặt sau:

$$I = \iint_S (y-z)\, dydz + (z-x)dzdx + (x-y)dxdy$$

Trong đó S là phía ngoài của phần mặt nón giới hạn bởi: $x^2 + y^2 = z^2$ và $z = h$ $(h > 0)$ bằng hai cách

a. Tính trực tiếp.

b. Dùng công thức Ostrôgratski.

IV. Tính

$$I = \oint_{x^2+y^2=1} \left(xy^4 + x^2 + y\cos xy\right)dx + \left(\frac{x^3}{3} + xy^2 - x + x\cos xy\right)dy.$$

ĐỀ SỐ 3

I.1. Định nghĩa tích phân kép. Viết các công thức tính tích phân kép trong toạ độ Đề các và trong tọa độ cực. Giải thích cách xác định cận cho một trong hai trường hợp.

2. Nêu công thức tính và ý nghĩa của div $\vec{F}$.